

# LA PHYSIQUE QUANTIQUE EST-ELLE DUHEMIENNE ?

Plan de l'intervention au séminaire Etudiants du 23 janvier 2015. Vincent Jullien

## POINTS DE METHODE

Il ne s'agit pas d'un cours. Il s'agit d'explorer une suggestion et de voir si celle-ci est une idée fertile.

Le style de cet examen pourrait être qualifié de comparatiste. Il résulte du rapprochement de deux domaines : la conception duhémienne de la théorie physique d'une part, le formalisme quantique d'autre part.

Point positif : la question me semble claire et nettement concevable.

Il ne s'agit ni d'interpréter les thèses duhémiennes dans leur ensemble, ni la P.Q. dans son ensemble.

J'examine un point limité mais important de l'épistémologie D. (pour duhémienne) auquel je suggère de confronter la P.Q. afin de voir si elle se conforme ou non à celui-la.

### A. Le sujet à examiner

Duhem donne une place particulière et originale à la formalisation mathématique dans la constitution de toute théorie physique moderne.

La formalisation de la P.Q. est complexe et ses interprétations sont variées et controversées.

Question : comprend-on mieux la portée de cette formalisation à la lumière de la théorie D. et La mise au point du formalisme quantique contribue-t-il à valider la doctrine D. ?

### B. Présentation de la doctrine D. dite du *Choix des hypothèses*.

1. Caractéristiques générales
2. Spécifications apportées à l'élaboration du formalisme mathématique (quantités/qualités, *vector analysis*)
3. Contre les modèles, même algébriques.

### C. Présentation de l'élaboration du formalisme quantique

- L'imbroglio en 1925
- Les deux directions principales
- Les développements paradoxaux : superposition, non commutativité, mesure.

NB. Un point de méthode : je ne cherche pas à m'y retrouver dans l'interprétation de la P.Q. mais seulement à examiner sa conformité avec une thèse D.

### D. Premières leçons

1. Certaines spécifications D. semblent invalider l'adéquation : les vecteurs comme modèle. Nous verrons que l'on peut réfuter ce jugement.
2. Le rôle du formalisme quantique semble une confirmation remarquable de la thèse D., notamment l'indépendance forte du développement du formalisme vis-à-vis d'une réalité physique.
3. La question-clé est celle du *choix*. Elle a deux aspects . Y a-t-il des choix multiples possibles ? Quels sont les critères de ces choix (outre leur cohérence logique).
4. On s'intéressera à la pertinence du critère historique.

Développement des points B, C, D.

## B. PRESENTATION DE LA DOCTRINE D. DITE DU CHOIX DES HYPOTHESES.

### 1. Caractéristiques générales

Et d'abord, voici quelle est, pour Duhem la définition de la théorie physique:

*"Une T.P. n'est pas une explication, c'est un système de propositions mathématiques, déduites d'un petit nombre de principes, qui ont pour but de représenter aussi exactement que possible un ensemble de lois expérimentales"* (p24)

Duhem décrit alors les quatre opérations constitutives de la Théorie Physique:

- La première se passe *dans le champ des lois naturelles et d'une première traduction*: cette première opération est double et sera détaillée dans les deux premiers chapitres de la seconde partie:

a) Choix d'un système de propriétés simples dont les autres sont des combinaisons (ce que Poincaré appellerait dans *Science et Méthode* des faits à haut rendement). Par exemple l'attraction, le champ électrique, la masse, la distance, la charge électrique, la vitesse, l'impulsion, le sinus de l'angle d'incidence ... Duhem appellera ceci les *qualités premières* (p.197). Exemple important en physique atomique, l'impulsion.

b) Mise en relation univoque et formelle de ces propriétés avec des objets mathématiques : F comme vecteur, masse comme scalaire, vitesse comme vecteur dérivé etc.

*Ces symboles mathématiques n'ont, avec les propriétés qu'ils représentent, aucune relation de nature.*

Je suggère qu'ils expriment ou représentent cependant des phénomènes du monde physique. Cette expression change notablement : la vitesse devient  $dx/dt$ , la force n'a pas toujours été un vecteur, la distance n'est pas toujours euclidienne, etc.

Plusieurs des choix qui scandent l'histoire de la P.Q. relèvent clairement de l'étape 1.b. , à savoir la « mise en relation » de propriétés avec des symboles mathématiques. Songer au choix de Plank, puis d'Einstein en faveur d'une expression discontinue de l'énergie des électrons.

- La seconde étape se passe *Dans le champ des symboles*:

Mise en oeuvre d'un système de propositions hypothétiques reliant les symboles ou fonctions mathématiques des grandeurs. Il s'agit bien d'hypothèses mathématiques (choix des opérations et des transformations autorisées ainsi que de leurs règles) et donc, seule la contradiction logique peut l'invalider. Le caractère arbitraire de ce stade de la théorie vient de ce qu'il est en lui-même (relativement à ses possibilités propres) détaché de toute référence aux phénomènes (on peut y faire n'importe quoi de mathématiquement cohérent).

*« Ils ne prétendent en aucune façon énoncer des relations véritables entre les propriétés réelles des corps ».*

*Ces hypothèses peuvent être formulées de manière arbitraire.*

Un peu plus loin ce stade est dénommé celui du *Choix des hypothèses*.

L'important ici, est de saisir que ces hypothèses ne sont, par leur nature, pas associées au monde des phénomènes et encore moins à un monde physique dont elles décriraient la réalité.

- La troisième étape se passe aussi *Dans le champ des symboles*.

Calcul analytique et algébrique sur cet ensemble symbolique/fonctionnel; toujours sans considération de la réalité ou concevabilité de transformations physiques correspondantes.

*Les grandeurs sur lesquelles portent ses (le théoricien) calculs ne prétendent point être des réalités physiques... Il importe donc peu que les opérations qu'il exécute correspondent ou non à des transformations physiques réelles ou même concevables.»*

- Il est nécessaire de s'arrêter sur ces étapes 2 et 3 qui constituent le cœur de la Théorie Physique et sont en jeu dans le présent examen :

Nb. Présenter ici le débat Clairaut-Buffon dont, je crois, aucune des deux positions n'est duhémienne, la première parce que Duhem contesterait la justification ontologique (il existe une entité physique qui est l'attraction en  $1/d^2$ ), la seconde car elle relève du bricolage – talentueux- et n'a pas de caractère rigoureux et général (on verra qu'il s'agit d'un *modèle*)

A l'inverse on pourrait mentionner les hypothèses différentes proposées par Galilée et Descartes selon les quelles, dans la chute libre, on a vitesse = k. temps ou alors vitesse = k. distance parcourue. Les deux principes sont bien des hypothèses au sens duhémien.

Le mieux est de laisser la parole à D.

« L'histoire de la physique nous fournit une foule d'exemples de cette clairvoyante divination ; maintes fois, une théorie a prévu des lois non encore observées, voire des lois qui paraissaient invraisemblables, provoquant l'expérimentateur à les découvrir et le guidant vers cette découverte » (TP, p. 39)

Suit l'exemple, en 1819 de l'examen des phénomènes de diffraction de la lumière.

« Des principes posés par Fresnel, Poisson, par une élégante analyse, déduisit cette étrange conséquence : si un petit écran opaque et circulaire intercepte les rayons émis par un point lumineux, il existe derrière l'écran, sur l'axe même de cet écran, des points qui non seulement sont éclairés, mais qui brillent exactement comme si l'écran n'était pas interposé entre eux et la source de lumière... Arago eut confiance dans ... cette théorie ; il tenta l'épreuve ; l'observation donna des résultats qui concordaient absolument avec les prédictions, si peu vraisemblables, du calcul. » (p. 40)

On notera donc que cette étape de la constitution de la T.P. est cependant porteuse de prévisions possibles, d'inventions conceptuelles dans le champ des faits et des lois.

Duhem réclame *la justification des hypothèses qui porteront ses déductions* (113)

D'où l'importance des « préambules consacrés à la *mise en équations* d'une théorie physique. » (113)

Il conviendra de se souvenir de cette idée lorsqu'on suivra les élaborations qui se succèdent et se complètent d'Heisenberg, de Born, de Dirac et de von Neuman pour bien comprendre comment la mise au point d'une véritable théorie des espaces vectoriels (par Hilbert notamment) va rendre le formalisme « vectoriel » de la physique quantique possible et raisonnable, c'est-à-dire comment ceci va permettre que ce soit un « bon choix d'hypothèses ».

En quelque sorte il semble que la qualité (on pourrait dire la vie) de la théorie mathématique elle-même joue un rôle dans son choix, son élection.

Remarque : cette thèse concernant les étapes 2 et 3 m'est toujours apparue –chez Duhem- admirable et entraînante quoique presque non crédible : comment pouvait-il y avoir des développements formels aussi déconnectés « irrelevant » des possibles contenus physiques ?

- La quatrième est une *Seconde traduction vers le champ des faits et des lois*.

C'est l'étape du retour aux propriétés physiques L'ensemble des conséquences du calcul 3) est confronté -sous forme de "*jugements portant sur les propriétés physiques des corps*" - aux lois expérimentales. De la concordance de ces jugements avec ces lois dépend la validation et l'extention de la théorie ou sa mise en cause -totale ou partielle.

En principe cette étape n'était pas visée par mon sujet. Il est possible, à bien y réfléchir, qu'elle soit essentielle. Cf. le problème de la mesure.

## 2. Spécifications apportées à l'élaboration du formalisme mathématique (quantités/qualités, *vector analysis*)

On note que les moyens mathématiques envisagés par Duhem sont très « délimités ». J'en retient deux, outre l'exigence absolue de la rigueur logique et mathématique (Refus total des *mathématiques de physicien*.)

Le long développement sur « quantités et qualités » est assez étrange (un chapitre entier, p.157-178). Il s'agit de montrer que l'on peut aussi bien employer la symbolisation mathématique pour traiter de qualités que de quantités. La voie mathématiquement connue pour ceci est celle du calcul intégral (et pour assurer le retour, le calcul différentiel). Or Duhem n'en dit pas un mot ou plutôt, il suggère qu'en sa nature profonde, ce calcul relève de l'algèbre classique et n'est qu'une extension de l'addition. Je me demande si cette réduction ne vise pas à gommer le caractère non intuitif de la sommation intégrale, pour faire admettre à ses lecteurs la parfaite légitimité de cette possibilité mathématique. Cet algorithme endosse les opérations sur et avec l'infini, soit un domaine paradoxal. Il l'endosse ou le parcourt grâce à de solides moyens et précautions logiques ; Duhem écarte ce qui pourrait apparaître comme des interdictions à l'interface entre physique et mathématique.

Un autre passage est étrange, celui qui concerne le calcul vectoriel. Dans les pages 110-113, il évoque de façon critique *les diverses algèbres symboliques qui ont été créées au XIXe siècle* (111) et en particulier le proto calcul vectoriel, la *vector-analysis*, ces « langages complexes et abrégés » (111). Il ne considère pas qu'on ait là, une théorie mathématique convenable ; les mathématiciens français et allemands n'y sont pas à leur aise (112). La raison est celle-ci, qu'au lieu d'être rigoureuse, cette *mathématisation n'est qu'un modèle, une imitation plus ou moins fidèle des lois des phénomènes* (ni plus ni moins que les modèles mécaniques de Thomson) (115). La suite dénonce une sorte de bricolage, parfois génial, mais sans cohérence (118). Est mentionné le *calcul des quaternions d'Hamilton et l'Auslehungslehre de Grassmann* (111) que les mathématiciens français ou allemands *n'arrivent jamais à parler couramment*.

Pour bien mesurer ce jugement duhémien, il faut se plonger dans ces travaux, considérer leur origine pratique, les rythmes de leur constitution en théorie, la faible information de Duhem (tout de même en 1915 c'était assez avancé) . J'y reviens.

## 3. Contre les modèles, même algébriques.

Un très long développement est consacré à la critique de l'usage des modèles dans la constitution d'une théorie physique. Pas de développement ici ; seulement ceci, les modèles ne sont pas explicatifs (ce qui n'est pas un défaut en soi), ne sont pas cohérents et logiques (ce qui est grave) et sont stériles en invention (ce qui est très grave).

Cette opposition à l'usage des *modèles* s'étend très précisément aux modèles *déguisés* en formalismes mathématiques (118-125)

## C. PRESENTATION DE L'ELABORATION DU FORMALISME QUANTIQUE

E. Klein : « L'interprétation du formalisme quantique demeure, sinon énigmatique, du moins non consensuelle. D'aucun ont même pu affirmer que personne ne comprend vraiment la P.Q...A défaut de la comprendre, il faudra au moins s'y habituer » (p.9-10)

nb : les scientifiques transforment ce qui est étrange et mystérieux en une chose banale.

« On ne peut imaginer que la particule de l'expérience (photon, protons, neutrons, électron, atome...) est un corpuscule puisque cette image amène à une contradiction insoluble » (p. 25)

On ne peut pas davantage imaginer que c'est une onde.

T. Boyer : Les particules (photons, électrons, neutrons, atomes) ne sont ni des corpuscules, ni des ondes. Au cours des modifications qui leurs arrivent, ils semblent être l'un et l'autre, autant dire, ni l'un ni l'autre. (superposés).

Je souligne que c'est l'interprétation du formalisme qui est énigmatique, pas le formalisme.

## 1. L'imbroglie en 1925

Une nouvelle physique sans théorie : les découvertes et suggestions de Planck, d'Einstein, de Rutherford, ouvrent un champ nouveau et incompatible avec les lois classiques. Des concepts isolés : la constante de Planck, les photons d'Einstein, les électrons gravitant de Rutherford dans une inexplicable stabilité.

Avant que le « choix des hypothèses » ne soit nettement opéré, la situation de la mécanique quantique est telle qu'on ne peut sans doute pas en parler comme d'une théorie, au sens de Duhem en tous les cas. Max Jammer décrit cette situation comme « un lamentable imbroglie d'hypothèses, de principes, de recettes de calcul » (*The conceptual development of quantum mechanics*, 1925, p. 196).

Max Born écrit en 1924: « Pour le moment nous ne possédons que quelques vagues intuitions » (cité par Gribbins, p. 123)

Wolfgang Pauli écrit en 1925 : « La physique est encore à l'heure actuelle objet de confusion » (*id.*)

Je donne un exemple qui se passe typiquement dans l'étape 1 de Duhem, en 1925. Les électrons se comportent de façon inexplicable classiquement dans le modèle de l'atome de Bohr. En particulier, le fait que les électrons ne puissent pas s'accumuler dans une des couches échappe à la raison. Déjà, trois nombres étaient associés à l'électron : la vitesse, la forme de l'orbite et l'orientation de l'électron. Ralph König, puis Wolfgang Pauli imaginent un quatrième nombre pour rendre raison des niveaux d'énergie que peut occuper l'électron, c'est le *spin*. Le mot est mal choisi car il mobilise l'imagination représentative et restreint la capacité à raisonner sur des fictions. Ce *spin* n'a pas de propriétés classiques (il prend 2 valeurs,  $-1/2$  ou  $+1/2$ , en  $\hbar/2\pi$ ) et il n'y a rien qui soit en rotation. A ce symbole, introduit par une sorte d'exigence conceptuelle, Pauli va associer un *principe* très remarquable : « deux électrons ne peuvent avoir le même ensemble de nombres quantiques » (*Principe d'exclusion de Pauli*, p. 120)

C'est un bon cas de symbole mathématique qui fera *mystérieusement* son travail théorique et tolérera une très bonne interprétation physique.

On est presque entré dans l'étape 2. Le *spin* et le principe qui va avec lui ont toutes les caractéristiques de ce qu'exige une *Théorie physique*, mais il est une pièce isolée et ne fait pas partie d'un ensemble formel. Il faut constituer un formalisme.

## 2. Les deux directions principales

En quelques mois, voici « deux théories quantiques complètes, cohérentes, autonomes et bien fondées » (Gribbins, 125).

Cette réalisation est magnifique. Elle présente deux « choix possibles » de formalisme mathématique. Evocation superficielle.

Premier : Le choix matriciel. Heisenberg, Born, Jordan, Dirac.

Les caractéristiques des électrons ou atomes concernent leur état local et/ou leur état d'énergie. En 1925, Heisenberg se plonge dans des mathématiques qui pourraient décrire, non pas l'un, mais les deux états, qui exprimeraient des associations entre paires d'états. (cf. Gribbins, p. 129)

On a un témoignage saisissant, celui de Heisenberg dans *Physics and beyond* 1971. « Les nombres commencèrent à s'organiser et je ne pus plus douter de la cohérence mathématique du type de mécanique quantique que mes calculs indiquaient. (cité *id.* p.129)

Born et Pauli s'engagent.

Que sont ces « nombres » ? Pas des nombres ordinaires, mais des séries associées de nombres, des tables (au début à deux colonnes correspondant aux deux états associés)

Des vecteurs. Remarque importante : Heisenberg n'est pas au fait des mathématiques correspondantes, d'où ses difficultés. Born a étudié ceci jeune, puis Pascual Jordan, Paul Dirac vont déployer la théorie comme un formalisme rigoureux sur les Espaces vectoriels de Hilbert. En fait, la théorie mathématique existe, quasi parfaite, avec ses exigences propres.

A cette étape, c'est Dirac qui crée « l'algèbre quantique », avec ses opérations qui sont, en quelque sorte, exigées par la structure mathématique elle-même. C'est la plus belle, la plus élégante, au sens d'une esthétique mathématique. Quand on dispose de vecteurs, des opérations se présentent comme « devant être construites » (ceci est vrai depuis le théorème de Pythagore comme additionneur de carrés) : l'addition, le produit vectoriel, le produit matriciel, la diagonalisation. Des objets formels naissent : la transposée, les projections etc.

La théorie (de l'étape 3) a sa vie propre qui n'est pas dans le monde physique.

N.. Klein : « Le formalisme de la PQ opère au sein d'espaces vectoriels fort éloignés de l'espace physique où ont lieu les événements qu'il prétend décrire. Cette émancipation vis-à-vis de l'espace ordinaire instaure donc une sorte de distance entre la représentation des phénomènes et les phénomènes eux-mêmes ». (50)

Nb. Ceci est ultra duhémien. La théorie est proprement le développement du formalisme choisi. Il est « déconnecté » des phénomènes.

- Les développements paradoxaux : superposition, non commutativité, mesure.

Retour sur la dynamique propre des formalismes. Si nous avons un « nombre quantique » (un vecteur).

Il est physique en ce qu'il décrit un « état » du système. On parle de « vecteur d'état ». Le système et même chaque élément constitutif du système peut avoir une infinité d'états, donc de vecteurs d'état (avec en particulier des valeurs de localisation, d'énergie).

Mais, en tant qu'entités symboliques ou formelles, ces vecteurs ont des propriétés nécessaires : addition, produit par un scalaire, produit vectoriel etc.

Un axiome nécessaire de ce formalisme dit que si deux vecteurs sont éléments de l'espace vectoriel concernant le système, alors leur somme l'est aussi. Et donc, à l'étape 3 de la théorie, que se passe-t-il ? Si deux vecteurs décrivent des états possibles du système ou d'un de ses éléments, alors la somme et même toute combinaison linéaire de ces vecteurs est aussi un état possible du système ou de l'élément.

Si deux matrices opèrent sur le système (absorption d'énergie, choc, déplacement etc.), alors, leur produit (la succession des modifications qu'entraînent cette opération) génère un état du système.

- Et là, étonnement :

Premièrement, la combinaison des vecteurs génère des superpositions d'état. Ainsi, un vecteur d'état d'une particule donne une valeur non nulle à sa localisation en un lieu A. Un autre vecteur d'état donne une valeur non nulle à sa localisation en un lieu B. Pas de problème. La somme des deux vecteurs doit être un état possible de la particule. Or ce vecteur somme donne en même temps une valeur non nulle à sa localisation en A et en B. L'élément quantique est délocalisé. La superposition n'a pas de sens physique représentable à notre sensibilité. (c'est l'histoire du chat de S. qui est dans l'état superposé (mort, vivant).

Cf. E. Klein : Soit une particule. Soient  $a$  et  $b$  deux vecteurs qui peuvent représenter deux états internes possibles de la particule (vecteurs d'état). Soient deux vecteurs A et B qui peuvent représenter sa localisation. Alors, le *développement du formalisme des espaces vectoriels* (avec le principe –choisi- de superposition) conduit à affirmer que  $aA+bB$  est un vecteur d'état qui peut concerner la particule. Mais, dans le monde des phénomènes,  $aA+bB$  ne correspond à rien, puisque la particule serait autant localisée selon A et selon B. Cet état ne correspond à rien de connu dans le monde des phénomènes.

Encore sur la localisation : Soient deux particules entrant en collision. « Le formalisme quantique propose (et ce sera un succès expérimental, un « choix » validé par l'expérience) que la paire de particules doit être décrite par le produit et non la somme des deux vecteurs d'état individuels » (62).

Là encore nous avons un mélange formel des états des particules. Le vecteur d'état « entremêle » les deux particules, ce qui est parfaitement efficace pour donner les probabilités des états des particules au terme du processus, mais parfaitement mystérieux du point de vue phénoménal. En effet, il y a –avant la mesure, avant la réduction du paquet d'ondes- comme une « non séparabilité des systèmes quantiques » (63)

- Autre surprise, le produit des deux opérateurs n'est pas commutatif. Dans ces structures mathématiques,  $p.q \neq q.p$ .

Une conséquence directe de cette non commutativité est le principe d'incertitude d'Heisenberg. On ne peut mesurer avec une précision sans limite, à la fois la localisation et l'énergie.

E. Klein : « Le principe de Heisenberg n'est pas une limitation de notre pouvoir de connaître...mais plutôt que les particules ne possèdent pas simultanément une position et une impulsion déterminée » (38)

N.b. : je ne commente pas ici ces concepts. J'examine seulement la conformité de cette élaboration au programme D.

Second formalisme: Le choix de l'équation d'onde. De Broglie, Schrödinger

Le cadre en est la recherche d'un formalisme plus familier, plus acceptable. L'argument se comprend car les ondes classiques se superposent par addition.

Schrödinger publie en 1926 sa grande contribution.

Rapidement, Dirac prouve mathématiquement que les ensemble d'équations des deux formalismes sont équivalents. « Il s'agit de deux visions différentes du même monde » (Gribbin, 141).

L'apparente *simplicité* ou *réalité physique* des ondes de S. ne résiste pas à l'examen. Ses ondes ne correspondent pas à des vibrations dans l'espace ou dans l'eau. Le formalisme

ondulatoire nécessite un espace imaginaire : deux particules, pour être décrites ensemble, ont besoin d'un espace à 6 dimensions, 3, d'un espace à 9 dimensions et ainsi de suite. Il faut y réintroduire le « saut quantique » qui exprime la nature *granuleuse* des phénomènes quantiques.

Heisenberg note : « Les paradoxes du dualisme entre les représentations ondulatoire et corpusculaire n'étaient pas résolus ; ils étaient dissimulés de l'une ou l'autre manière dans le schème mathématique ». (in Gribbin, 144).

Le réalisme ondulatoire semble être une illusion.

En effet, on peut croire que le formalisme ondulatoire résout par exemple la non localité. L'onde-particule passe par « les deux trous ». En fait, ce formalisme fonctionne ainsi : une valeur associée à l'onde en un endroit mesure la probabilité de présence en cet endroit de la particule et nous ne pouvons pas davantage dire qu'elle est là ou ailleurs, seulement la probabilité qu'elle y soit.

- Le formalisme de von Neuman.

Les 4 axiomes de la formulation dite de Copenhague (dus à Von Neuman)

1. Un système physique est décrit par un vecteur (état) appartenant à un espace de Hilbert  $H$ . Soit un espace vectoriel de dim. finie, muni d'un produit scalaire  $\langle \dots, \dots \rangle$

Son opération interne « + » est fondamentale car elle exprime le principe de superposition. *La somme de deux états possibles est un état possible.*

L'auteur signale que la vision 3D qui nous est accessible est un état superposé de nos deux visions planaires. Le formalisme quantique nous donne de même les moyens de manipuler de tels objets quantiques, superposition de deux objets classiques.

2. *L'évolution, au cours du temps d'un système physique (hors mesure, c'est-à-dire avant intervention d'un observateur) est donnée par un groupe à un paramètre d'opérateurs unitaires  $U(t)$ , dérivé d'une équation de Schrödinger.*

Ceci établit le développement de « ce qui arrive » au système se calcule et s'exprime matriciellement. Les opérateurs sont des matrices unitaires.

Un caractère surprenant de l'équation de S. est son caractère linéaire ( $\lambda f(x) = f(\lambda x)$ )

3. *L'espace des états d'un système constitué de deux parties correspondant à deux espaces de Hilbert  $H1$  et  $H2$  est l'espace de Hilbert produit :  $H = H1 \otimes H2$ .*

L'espace des états d'un système comprenant deux sous-systèmes ne contient pas seulement les vecteurs produits, mais toutes leurs combinaisons linéaires. C'est le phénomène d'*intrication*. La dimension de l'espace produit est  $n.m$ .

C'est très important car la « somme » de deux vecteurs produits peut être –ou non- un produit elle-même. On ne peut pas toujours *factoriser* un vecteur qui décrit « l'évolution de la cohabitation de deux systèmes distincts au départ » ; ils se trouvent mélangés, intriqués.

4. *Une mesure consiste en une observable (c'est un opérateur particulier, on dit auto-adjoint). Disons qu'il s'agit d'une somme de projections. Le résultat donne un vecteur d'état qui a démêlé l'intrication et la superposition. On parle de décohérence.*

*Le résultat de la mesure est aléatoire et peut prendre n'importe quelle valeur avec une certaine probabilité.*

C'est un peu comme si on stoppait la vision 3D et observions aléatoirement une des deux images 2D. « Effectuer la mesure 2D, c'est cacher un des deux verres ».



Précisions et commentaires :

Au cours des développements permis par l'axiome 3, on obtient des vecteurs dont certains ne sont pas des produits, ne se factorisent pas en un vecteur de chaque espace de Hilbert initiaux. Ces vecteurs non factorisables signalent une *superposition* et nous ne savons pas à quoi ils correspondent dans le monde des phénomènes. Par exemple, ils ne fixent pas la localisation. Ce n'est que par la mesure, brutale, que ces vecteurs sont *projetés* dans ce monde, par exemple *localisés* (ou le chat mort-vivant).

« Thierry Paul note : « lors du phénomène de mesure, le vecteur d'état est brutalement projeté sur un vecteur propre »

Remarque sur la *décohérence*. Ne doit pas être confondue avec la mesure. C'est un calcul sur ce qui se passe avant la mesure (en régime linéaire), mais en désolidarisant les vecteurs, en les réorganisant en une matrice. Ils sont distingués, ne sont plus intriqués, mais ne sont plus cohérents. Ce n'est pas une mesure. Analogie de T. Paul : comme si on enlevait les lunettes pendant le film 3D.

Critiques (cf. d'Espagnat) contre le formalisme de v.N. en particulier celui de la mesure. Il consiste à considérer un « système » fait de la superposition du système observé et de l'appareil de mesure ; Or, souligne d'Espagnat, c'est absurde et incohérent car l'appareil n'est pas un microsystème quantique or, le formalisme de v.N. n'a de sens que pour les microsystèmes. Il n'y a pas de contenu mathématiques à la soit disant fonction d'onde de l'appareil; ce ne sont que des mots. (voir d'Espagnat, *Physique et réalité*).

- Le « retour à la physique »

En P.Q., il prend la forme spéciale de la mesure. Concept extrêmement délicat.

On dit en général que la mesure elle-même change le phénomène. Ceci est en effet très différent de ce qui se passe en physique classique.

Duhem a insisté sur l'interaction qui, à cette étape, modifie l'état du système : le thermomètre modifie la température en même temps qu'il la mesure ; mais c'est en général de manière quasiment négligeable.

En P.Q., cette affaire est bien plus considérable. L'observation (ou mesure) modifie l'état du système conformément au principe d'incertitude.

Comme écrit Gribbins :

« En choisissant de mesurer avec précision une position, nous contraignons une particule à développer l'incertitude relative à sa quantité de mouvement et vice-versa ; en décidant de mesurer des propriétés ondulatoires, nous écartons les caractéristiques corpusculaires... » (p. 192-193).

Insister sur l'action de mesure qui est une projection.

La disjonction des deux mondes que sanctionnent les étapes 2 et 3 du formalisme quantique n'entrave pourtant pas les résultats issus du développement du formalisme. En effet, une mesure opérée sur cet état *mélangé* « relocalise » la particule. Les résultats de la mesure sont probabilistes.

« Si vous faites telle mesure, vous aurez telle ou telle probabilité d'observer tel ou tel résultat ; mais tant que la mesure ne sera pas faite, ni l'état interne de la particule, ni sa

localisation ne seront définies si son vecteur d'état est une superposition de plusieurs termes ; désolé, je ne peux vous en dire plus » (54)

« La superposition quantique (mystérieuse) a été levée par l'opération de mesure, la représentation mathématique de l'électron a été modifiée... On dit qu'il y a eu « réduction du paquet d'ondes ». En somme, cette règle établit une liaison entre l'espace abstrait –celui des vecteurs d'état, et l'espace physique où se déroulent les phénomènes » (55)

« Dans l'état superposé, sa position, aussi bien que son état interne, est indéterminé » (56)

« La réduction du paquet d'onde (mesure qui redétermine l'état interne et la localisation de la particule) apparaît comme une règle empirique, plaquée sur le formalisme mathématique afin d'établir une connection (une seconde traduction duhémienne) entre la représentation des systèmes physiques et les résultats expérimentaux » (57-58)

Il m'apparaît que cette intervention est très profondément duhémienne. Par la mesure, le théoricien change de monde : de mathématique-formaliste vers la physique. Il s'agit bien d'un choix : il choisit de mesurer une position, ou une impulsion.

Ceci est spectaculaire : « Il est époustouflant de découvrir que nous n'avons aucune idée de son comportement (d'un électron) quand nous ne l'observons pas » (p. 194).

Quand nous sommes à l'étape 3, on ne sait pas ce qui se passe physiquement.

#### D. PREMIERES LEÇONS

1. Certaines spécifications *D.* semblent invalider l'adéquation : les vecteurs comme modèles sont le type même d'égarement de la théorie. Or, ils sont le coeur de la M.Q.

Sur la critique de la *vector analysis*. Sans doute faut-il voir là un effet de l'histoire des mathématiques et se souvenir que la constitution de l'algèbre des structures, depuis la théorie des groupes jusqu'aux théories des espaces vectoriels comme objets abstraits, est plus tardive. Il est en tout cas remarquable que cet ensemble mathématique qui fera la physique quantique, Duhem n'en avait pas imaginé l'impressionnante élaboration. Si on s'arrêtait à cette remarque, il faudrait dire que la physique quantique est résolument non duhémienne.

On peut suivre les élaborations qui se suivent et se complètent d'Heisenberg, de Born, de Dirac et de von Neuman pour bien comprendre comment la mise au point d'une véritable théorie des espaces vectoriels (par Hilbert notamment) va rendre le formalisme

« vectoriel » de la physique quantique possible et raisonnable, c'est-à-dire comment ceci va permettre que ce soit un « bon choix d'hypothèses ».

La méfiance de Duhem se comprend : au début, il s'agissait d'un bricolage avec des colonnes et des tableaux et ceci s'achève avec une impressionnante théorie abstraite, complète et sur puissante.

Intéressante leçon d'histoire des maths. Hamilton étudiait des propriétés optiques et invente les quaternions. Grassmann travaillait sur les marées et invente l'*Auslehnungslehre*. Dans les deux cas, on va des ondes (physiques) aux matrices (abstraites).

2. Le rôle du formalisme quantique semble une confirmation remarquable de la thèse *D.*, notamment l'indépendance forte du développement du formalisme vis-à-vis d'une réalité physique.

3. La question-clé est celle du *choix*. Elle a deux aspects . Y a-t-il des choix multiples possibles ? Quels sont les critères de ces choix (outre leur cohérence logique). La réponse est apparemment oui, avec des difficultés puisqu'on affirme que ces choix divers sont équivalents. En même temps les critiques demeurent.
4. Un autre point s'impose : la confrontation du concept de mesure quantique et de l'étape 4 de Duhem. Comment la mesure peut-elle être interprétée, en un sens duhémien, à l'idée d'une confrontation à la physique, ou aux phénomènes... La chose semble à la fois très adaptée et très distincte de ce que sans doute, imaginait Duhem.

Conclusion, la piste semble bonne.