

Identitas indiscernibilium

K. Grelling

1936

Leibniz a émis la proposition que deux objets ne peuvent jamais être complètement identiques. Il prenait comme exemple deux œufs ou deux feuilles d'arbres et tenait pour impossible leur complet accord sur toutes leurs caractéristiques ; s'il pouvait sembler y avoir quelque chose de ce genre, c'était dû à l'insuffisance de nos sens qui ne pouvaient percevoir la différence. À l'intérieur du système philosophique de Leibniz, cette proposition, couramment appelée *Principium identitas indiscernibilium*, est un théorème démontré par Leibniz. La preuve, que l'on ne reproduira pas ici, repose sur le principe de raison suffisante, mais présuppose également la conception propre à Leibniz de la nature de l'espace et des relations dites « externes ». Dans un tout autre contexte, on trouve chez Leibniz la proposition suivante : *Eadem sunt quorum unum potest substitui alteri salva veritate*¹. Cette proposition est une

1. « Non inelegans specimen demonstrandi in abstractis » édition Erdmann, p. 94 (cité d'après Frege, *Les fondements de l'arithmétique*, [p. 191, trad. Imbert]).

Ndt. : voilà le texte par lequel s'ouvre le petit opuscule de Leibniz, texte qui fut également publié dans le vol. 7 des *Philosophischen Schriften* édité par Gerhardt, p. 228-235 :

Defin. 1. Eadem sunt quorum unum potest substitui alteri salva veritate. Si sint *A* et *B* et *A* ingrediatur aliquam propositionem veram, et ibi in aliquo loco ipsius *A* pro ipso substituendo *B* fiat nova propositione eaque itidem vera, idque semper succedat in quacunquē tali propositione, *A* et *B* dicuntur esse Eadem ; et contra si eadem sint *A* et *B*, procedet substitutio quam dixi. Eadem etiam vocantur *coincidentia* ; aliquando tamen *A* quidem et *A* vocantur idem, *A* vero et *B* si sint eadem vocantur *coincidentia*.

Defin. 2. Diversa sunt quae sunt non eadem, seu in quibus substitutio aliquando non succedit. Coroll. Unde etiam, quae non sunt diversa, sunt eadem.

Pour qui ne comprendrait pas bien, voilà la traduction de ce texte faite par J-B Rauzy et publiée dans le volume : G. W. Leibniz, *Recherches générales sur l'analyse des notions et des vérités* (Paris, PUF, 1998, p. 424) :

Def. 1. Sont identiques des termes qui peuvent être substitués l'un à l'autre *salva veritate*. Soient *A* et *B* des termes, supposons que *A* intervienne dans une proposition vraie et qu'à la place d'une occurrence de *A* on substitue *B* ; il vient une nouvelle

définition, en l'occurrence celle du mot *idem*. Maintenant, quelle est la relation de cette définition à la proposition, évoquée plus haut, de l'identité des indiscernables ? Pour répondre à cette question nous devons prendre en considération le fait que Leibniz n'utilisait pas un langage aussi rigoureusement construit que celui par ex. de Whitehead et Russell dans les *Principia Mathematica*. Il n'est donc pas exclu qu'il ait utilisé, en différents endroits de ses écrits, le mot « identité » avec des significations différentes. Mais même si l'on veut supposer que par « *identitas* » dans son *principium identitatis indiscernibilium*, il ait compris le concept qu'il avait défini par ailleurs, ce principe ne suit nullement de cette définition seule. Celle-ci demande que chaque énoncé dans lequel figure « *a* » reste vrai (ou faux) lorsque l'on remplace « *a* » par « *b* ». Pour que cela ne soit pas le cas, il suffit évidemment que *a* et *b* soient numériquement distincts. En ce cas, la proposition « *a* est numériquement distinct de *b* » est changée en une proposition fautive par la substitution de *b* à *a*. Le principe de l'identité des indiscernables dit donc essentiellement plus que la définition évoquée ; à savoir qu'il exclut la simple diversité numérique de deux choses. Si *a* et *b* sont deux choses, et donc numériquement distinctes, le principe affirme qu'il y a au moins une caractéristique qui appartient à *a* mais pas à *b*. Mais les relations dites externes, comme par exemple l'extériorité spatiale réciproque, ne font pas partie, pour Leibniz, des caractéristiques dont parle son principe. C'est donc nettement que Leibniz distingue conceptuellement l'identité numérique de l'identité logique ; il affirme seulement que celle-ci n'apparaît pas sans celle-là. C'est du reste trivial pour des abstraits comme les nombres, les classes etc. et ce n'est que pour de tels abstraits que Leibniz utilise la définition ci-dessus. C'est pourquoi il est au moins inapproprié d'évoquer de manière abrégée cette définition comme *identitas indiscernibilium*².

Le principe des indiscernables fut, par la suite, souvent critiqué par des philosophes. La polémique engagée par Kant dans la *Critique de la raison pure* est bien

proposition. Si cette proposition est vraie également, et si c'est le cas pour toutes les propositions de ce genre, on dit que *A* et *B* sont identiques. Et, à l'inverse, si *A* et *B* sont identiques, alors la substitution en question réussit. On appelle également les identiques *coïncidents*. Parfois, néanmoins, on appelle *A* et *A* des identiques alors qu'on appelle *coïncidents* *A* et *B*, s'ils sont identiques.

Def. 2. Sont *différents* les termes qui ne sont pas identiques, c'est à dire ceux pour lesquels la substitution ne réussit pas dans tous les cas. Corollaire. Il s'ensuit que les termes qui ne sont pas différents sont identiques.

On ne manquera pas de remarquer l'absurdité de la traduction de la définition : ce ne sont évidemment pas les « termes » *A* et *B* qui sont identiques, mais ce que désignent ces termes. Mais il y a clairement une ambiguïté dans la formule de Leibniz (que l'on devrait traduire plus sobrement : « Sont identiques ceux qui... ») puisque ce ne sont pas « les » identiques que l'on peut substituer l'un à l'autre dans une proposition, mais les termes qui les désignent.

2. C'est ce que fait, par exemple, Carnap dans *Abriß der Logistik* §7a

connue. Pour qui n'approuve pas la métaphysique de Leibniz, c'est en fait un énoncé vide, à savoir qu'il n'est fondamentalement pas falsifiable. Cette critique n'atteint cependant pas la définition évoquée, car celle-ci, comme on l'a dit, est indépendante de ce principe. Cette définition, Frege l'a faite sienne dans les *Les fondements de l'arithmétique*. Frege en dit : « Je m'approprie cette définition comme étant celle de l'identité (*Gleichheit*) Qu'on dise comme Leibniz "le même" ou "identique" (*gleich*) est sans importance. "Le même" semble exprimer une complète coïncidence, "*gleich*" seulement une coïncidence selon tel ou tel point de vue; on peut adopter une tournure telle que la différence disparaît; par ex., au lieu de "ces segments sont *gleich* en longueur", on dit "la longueur des segments est *gleich*", ou "la même"; au lieu de "les surfaces sont *gleich* de couleur", on dit "la couleur des surfaces est *gleich*"³ ». C'est ainsi que Frege procède dans l'écrit de 1884. Dans son ouvrage fondamental paru en 1893, les *Grundgesetze der Arithmetik*, écrit pour la plus grande part dans la *Begriffsschrift*, il prit un autre chemin. Il utilise le signe « = » aussi bien pour l'identité (*Gleichheit*) de nombres que pour l'identité (*Identität*) logique, parce que, à son avis, une équation (*Gleichung*) mathématique n'exprime rien d'autre que le fait que les noms de chaque côté du signe « = » désignent le même nombre. Il utilise la fonction « $x = y$ » comme un concept fondamental. En conséquence, la proposition qui correspond à la définition leibnizienne, apparaît désormais comme un théorème. Toutefois ce théorème n'est pas déduit dans la *Begriffsschrift* mais dans le langage verbal. Avec cela, Frege prouve qu'il y a au moins une fonction qui est satisfaite par α mais pas par β , au cas où α et β ne sont pas identiques, en indiquant que, quoi qu'il en soit, « $x = \alpha$ » est une telle fonction⁴.

Russell utilise également dans ses *Principles of mathematics* la définition leibnizienne de l'identité. Whitehead et Russell ont repris la même définition dans les *Principia Mathematica* avec la condition restrictive, issue de la théorie de types, que, pour l'identité, la substituabilité « *salva veritate* » dans toutes les fonction prédicatives suffit. Par contre, que Russell, à l'époque où il écrivait les *Principles*, ait été loin de reconnaître l'identité des indiscernables, en témoigne, dans les *Principles*, un passage intéressant à cet égard, dans lequel il aborde les arguments de Lotze contre l'existence des points. Il s'agit là d'un argument remontant à Leibniz et fondé sur l'identité des indiscernables. Il écrit dans ce passage : « Être exactement semblable (*alike*) ne peut que vouloir dire – comme dans l'identité des indiscernables de Leibniz – ne pas avoir de prédicats différents. Mais dès lors que l'on a reconnu qu'il n'y a pas de distinction essentielle entre sujets et prédicats, on voit que deux termes simples diffèrent simplement et immédiatement - ils sont deux et c'est la somme totale de

3. cf. Frege, *op. cit.* p. 191

4. cf. *Grundgesetze* I, §20

leurs différences. »⁵. Il est ici parfaitement clair que l'on explique qu'une différence numérique est possible malgré l'indiscernabilité. La différence entre la définition de l'identité et le *principium identitatis indiscernibilium*, tout comme leur relation logique, sont abordées en détail dans l'introduction aux *Principia Mathematica* en relation avec l'axiome de réductibilité⁶.

La définition de Leibniz-Russell de l'identité a été sévèrement critiquée par Wittgenstein dans son *Tractatus*. Russell lui-même dans l'introduction au livre de Wittgenstein, l'a qualifiée d'impitoyable et telle que l'on ne peut apparemment pas y échapper. Là, bizarrement, il identifie la définition leibnizienne à l'identité des indiscernables⁷. L'objection de Wittgenstein s'énonce ainsi : « La définition russellienne de “=” n'est pas satisfaisante : car d'après elle on ne peut pas dire de deux objets qu'ils ont toutes leurs propriétés en commun (Même si cette proposition n'est jamais correcte, elle a cependant du *sens*.)⁸ ». Est cruciale ici évidemment la question de savoir si l'énoncé que deux objets ont toutes leurs propriétés en commun a du sens. Sur la base de la définition russellienne, cette proposition est contradictoire, si l'on donne une interprétation appropriée à « propriété ». Mais comme Wittgenstein définit les tautologies tout comme les contradictions comme étant *sinnlos*, cette proposition est de fait « *sinnlos* ». À savoir que si l'on définit « propriété » de telle sorte que la proposition : « x a avec y une propriété en commun » ait la même signification que « il y a une fonction prédicative $f\hat{x}$ telle qu'aussi bien x que y la satisfont », alors il est contradictoire que x et y soient deux objets et aient cependant toutes

5. cf. *Principles*, § 428. *Ndt.* : la citation de Grelling commence à «...deux termes simples...»

6. cf. p. 57-58 [p. 297-298 de la traduction Roy]

7. *Ndt.* : Voilà comment s'exprime Russell dans « Introduction au T. » :

...la conception de l'identité est soumise par M. Wittgenstein à une critique dévastatrice à laquelle on ne peut échapper. La définition de l'identité au moyen de l'identité des indiscernables est rejetée parce qu'elle apparaît comme n'étant pas logiquement nécessaire. Selon ce principe, x est identique à y si toute propriété de x est une propriété de y , mais il serait après tout possible que deux choses aient exactement les mêmes propriétés. Que cela, de fait, ne se produise pas, n'est qu'une caractéristique accidentelle du monde, pas une caractéristique logiquement nécessaire ; et les caractéristiques accidentelles du monde ne doivent évidemment pas être admises dans la structure de la logique (*sic*). En conséquence, M. Wittgenstein bannit l'identité et adopte la convention que différentes lettres doivent désigner différentes choses. En pratique, on n'a besoin de l'identité qu'entre un nom et une description, ou entre deux descriptions. On n'en a besoin que pour des propositions telles que « Socrate est le philosophe qui a bu la ciguë », ou « Le nombre premier pair est le successeur immédiat de 1 ». Le système de Wittgenstein fournit facilement ce qu'il faut pour de tels usages de l'identité.

8. cf. *Tractatus*, 5.5302

leurs propriétés en commun. Soit on considère que l'identité numérique, ou bien son opposé, la différence numérique, est un concept fondamental, et alors « numériquement différent de y » est une propriété que x possède, mais pas y ; soit on la définit comme Leibniz et Russell et alors une contradiction résulte de la définition. Mais il est probable que Wittgenstein est ici victime de l'équivocité du langage ordinaire, sur laquelle il a lui-même tant insisté, en ce qu'il a approximativement associé au mot « propriété », l'idée que Leibniz a pu avoir eu vaguement en posant l'identité des indiscernables. Ce concept de propriété est évidemment plus étroit que le concept russellien de fonction prédicative. Mais en cas on peut également dire, en dépit de la définition russellienne de l'identité, que deux objets ont toutes leurs propriétés en commun.

Ramsey s'est rallié également à la critique par Wittgenstein de la définition de Russell. Mais il donne une justification originale à l'objection de Wittgenstein qu'il vaut la peine d'examiner de plus près. Je traduis d'abord le passage décisif de Ramsey : « Prenez deux choses, a et b . Il n'y a alors rien de contradictoire à ce que a ait un quelconque ensemble consistant de propriétés élémentaires, ni que b ait cet ensemble, ni donc, évidemment, que a et b l'aient tous les deux, ni donc que a et b partagent toutes leurs propriétés élémentaires.⁹ ». Analysons maintenant cette objection plus exactement ! Elle s'énonce alors comme suit : soit a un objet et K une classe de propriétés de a , qui ne contiennent pas toute les propriétés de a , alors il n'est pas contradictoire de supposer que toutes les propriétés de la classe K appartiennent également à un deuxième objet b , aussi large que soit la classe K . Il s'ensuit, poursuit Ramsey, qu'il n'est pas non plus contradictoire que *toutes* les propriétés de a appartiennent à b . La lacune de ce raisonnement devient maintenant évidente. Aussi longtemps qu'il y a au moins hors de K une propriété qui appartient à a mais pas à b , aucune contradiction ne surgit. Mais dès que K contient *toutes* les propriétés de a , il est contradictoire que a et b soient deux objets et s'accordent cependant sur toutes leurs propriétés. L'erreur que Ramsey commet ici, est la même que celle qui est présente lorsque l'on confond la convergence absolue et la convergence conditionnelle [semi-convergence] des séries de fonctions. On pourrait appliquer la même conclusion à deux nombres réels donnés sous forme de fraction décimale infinie. Deux fractions décimales de ce genre peuvent avoir n'importe quel ensemble de décimales en commun, sans coïncider. Pourtant, elles ne peuvent s'accorder sur toutes leurs décimales, et définissent donc deux nombres réels différents.

J'en viens maintenant à la publication qui m'a fourni l'occasion du présent article. Dans le numéro 1 du tome VI d' « Erkenntnis » est paru un travail de Friedrich

9. F. P. Ramsey « Les fondements des mathématiques », in *Logique, philosophie et probabilités* (Paris, Vrin, 2003) p. 95.

Waismann intitulé « *Sur le concept d'identité* ». L'auteur y renouvelle les objections de Wittgenstein et de Ramsey à l'encontre de la définition russello-leibnizienne de l'identité. Mais il en introduit de nouvelles qui, même si elles ne me semblent pas pertinentes, méritent d'être discutées.

M. Waismann commence par mettre en évidence que les mots « le même » dans l'allemand courant ont de nombreuses significations différentes. Cela est d'autant moins contestable que la même chose vaut pour un nombre considérable de mots des langages courants. Une autre question est toutefois de savoir si, peut-être, l'on ne peut comprendre les propositions du langage courant dans lesquelles figurent « le même » de telle sorte que ces mots reçoivent toujours, ou au moins dans la plupart des cas, la même signification. Peut-être cela est-il même possible de plusieurs façons. Si l'on y parvenait – et je crois que c'est possible – il ne serait alors pas inapproprié, en logique, pour autant qu'elle est présentée dans un langage verbal, de donner aux mots « le même » une de ces significations et d'employer ces mots comme traduction du signe « = », qui est utilisé habituellement en logique pour désigner l'identité. En ce sens, on pourrait mettre en regard des différentes significations, pas toujours bien distinguées, de « le même » dans le langage courant, le concept logique strictement défini de l'identité. Toutefois, Waismann tient une telle distinction pour non justifiée parce que l'on peut en chaque cas donner un critère d'identité pour l'usage verbal ordinaire ; les différentes significations sont donc strictement définies. Je crains que cette objection, que Waismann soulève avant tout contre Carnap, ne soit qu'une querelle de mots. L'essentiel me semble être de tenter de mettre en regard de l'équivocité du langage ordinaire, la signification une et constante d'un mot.

Je vais montrer comment cela est possible sur l'un des exemples qu'utilise Waismann. Lorsque je dis : « L'homme qui entre dans la pièce est *le même* que celui que j'ai rencontré dans la rue auparavant », l'identité signifiée ne peut être l'identité de deux états momentanés ; car ils sont bien deux, et donc pas le même. Ils entretiennent cependant une relation pour laquelle Kurt Lewin a introduit le terme « *génidentité* ». Cette relation est une relation d'ordre total. Chaque état momentané appartient en général (dans la physique classique) à *une seule* suite génidentique. Si donc on dit que deux tels états appartiennent à « la même » suite génidentique, les mots « la même » signifient ici la stricte identité numérique. Dans notre exemple précédent, nous devons donc dire : l'homme qui entre maintenant dans la pièce appartient à la même suite génidentique que celui que j'ai rencontré auparavant. Cet énoncé peut être encore analysé plus avant : « chaque énoncé sur la suite génidentique à laquelle appartient l'homme entrant dans la pièce à l'instant, conserve sa valeur de vérité si l'on remplace cette suite génidentique par celle à laquelle appartient l'homme que j'ai rencontré auparavant. » Cela correspond précisément à la définition de Leibniz.

Lorsque je dis : « chante la même note ! », il faut comprendre évidemment par « note » une classe de processus acoustiques de même fréquence. L'ordre en question est donc une abréviation pour l'expression plutôt lourde suivante : « produis avec ton larynx un processus acoustique qui appartient à la même classe de fréquences égales que je viens de produire (disons au piano) ! ». On peut procéder de la même manière pour tous les exemples pris par Waismann. Selon cette conception, ce par quoi ces exemples se distinguent, ce n'est pas par le genre des identités, mais par le genre des objets, dont on dit qu'ils sont identiques.

Mais je ne dois pas être mal compris. Je n'affirme pas que le langage ordinaire parle de tels objets comme ils viennent juste d'être décrits. Ce serait leur faire violence si on les interprétait de la sorte [*pas littéral*]. Le langage ordinaire n'est précisément pas construit de manière logiquement rigoureuse ; c'est plutôt un outil grossier pour se faire comprendre, mais dont nous ne pouvons nous passer, et que nous ne pouvons changer. Ce que j'affirme est la chose suivante : l'usage des mots « le même » dans le langage courant est ainsi constitué que l'on peut traduire les propositions en lesquelles ces mots figurent en un langage rigoureusement construit et par là n'utiliser qu'*un* concept d'identité.

Cette définition est rendue par Waismann de manière tout aussi peu exacte que ce que nous avons déjà trouvé chez Wittgenstein. Waismann va cependant encore plus loin et ajoute « c'est-à-dire, quand ils ne peuvent être distingués » ; il confond donc évidemment la définition de Leibniz avec le *principium identitatis indiscernibilium*. Je ne sais si Russell a ainsi défini le concept d'identité ; Waismann ne fait pas état d'un passage déterminé dans les écrits de Russell. Quoi qu'il en soit, je suis tout à fait d'accord avec Waismann qu'une telle définition ne serait pas appropriée. Il est cependant remarquable qu'il en arrive dans ce contexte à la formulation suivante : « La question de savoir si deux objets sont identiques n'est nullement celle de savoir s'ils se distinguent, mais s'il y a *sens* à demander s'ils se distinguent. » Cela conduit à une conséquence étrange. Prenons comme exemple la proposition : « le vainqueur d'Austerlitz ne se distingue pas du vaincu de Sedan ». Cela serait, d'après Waismann, une proposition signifiante, même si elle est fausse. Mais, remplaçons en elle le nom « Sedan » par « Waterloo » et il en résulte, pour qui est suffisamment instruit de l'Histoire, une proposition insignifiante. Il serait probablement malaisé de fournir une règle syntaxique pour les conditions de sens des expressions, dont cela suivrait.

De plus, il est reproché à Russell, qui est la cible principale des critiques de Waismann, d'avoir posé le signe de l'identité entre deux noms propres, alors que conformément à son sens (*sinngemäß*) au moins un des côtés doit être occupé par une description. À titre de preuve, il est allégué que Russell forme la proposition « $a = b$ ». Mais pourquoi les variables a et b ne devrait-elle représenter que des noms

propres ? Dans l'introduction au *Principia Mathematica*, les auteurs soulignent en tout cas que l'utilité du signe de l'identité ne se montre que lorsqu'il est utilisé entre deux descriptions. De l'emploi fautif du signe « = », il découle de plus que la définition russellienne (i.e. son *definiens*) devient une tautologie. De fait, si a est identique à b , les expressions « a » et « b » sont synonymes et c'est donc une tautologie que de dire que a et b s'accordent sur toutes leurs propriétés. La proposition n'a ce caractère que si d'abord on suppose que a et b sont identiques. La question est seulement de savoir si l'on peut toujours percevoir que deux expressions sont synonymes. Toute définition dont le *definiens* ne peut être confronté à l'expérience est-elle réellement inutile ? Les définitions de la logique et des mathématiques seraient-elles dans leur ensemble inutiles ?

Il me semble que toute cette polémique de Waismann contre la définition russellienne de l'identité provient de ce que il confond cette définition, qui vient de Leibniz, avec le *principium identitatis indiscernibilium*. Sur ce point, Russell lui-même n'est pas complètement innocent, comme on l'a vu. Mais si l'on fait la distinction, alors la définition de Leibniz et Russell, s'avère une affaire de technique de calcul inoffensive, sur l'utilité de laquelle on peut certainement avoir des points de vue différents ; mais cela n'a pas de signification philosophique profonde.

Traduction François Schmitz