Si, malgré plusieurs tentatives des deux parties, la collaboration de ces deux sciences [les mathématiques et la philosophie] n'est pas aussi fructueuse qu'il serait souhaitable et possible, cela tient, semble-t-il à ce que la méthode psychologique prévaut en philosophie et tend à s'introduire en logique. Or les mathématiques sont étrangères à ce courant de pensée et l'on comprend aisément la répugnance que suscite chez bon nombre de mathématiciens les considérations philosophiques, Lorsque, par exemple, B. Stricker qualifie les représentations de nombre de motrices et les dit liées aux sensations musculaires, le mathématicien ne saurait reconnaître là ses nombres, et ne sait que faire d'une telle proposition. Une arithmétique fondée sur des sensations musculaires envelopperait une riche sensibilité, mais serait aussi confuse que son fondement. En fait l'arithmétique n'a rien à voir avec la sensibilité. Pas plus d'ailleurs qu'avec des images intérieures, résidus d'impressions sensibles antérieures. Le caractère labile et incertain de ces formations s'oppose à la détermination et à la fermeté des concepts et objets mathématiques. Il peut être utile d'examiner les représentations qui accompagnent la pensée mathématique et leur déroulement ; mais que la psychologie ne s'imagine pas concourir en quoi que ce soit au fondement de l'arithmétique. Le mathématicien, en tant que tel, se désintéresse de ces images intérieures, de leur origine et de leurs changements. Stricker lui-même admet que le mot « cent » n'éveille pas en lui d'autre représentation que le signe 100. Pour d'autres ce serait la lettre C ou Dieu sait quoi ? Ne ressort-il pas de là que ces images intérieures sont parfaitement indifférentes à l'objet de notre recherche et contingentes, tout aussi contingentes qu'un tableau noir et un morceau de craie ? On ne saurait les appeler représentations du nombre cent. Qu'on cesse donc de croire que représentations sont d'un intérêt essentiel pour notre recherche. Qu'on ne prenne pas la description de l'origine d'une représentation pour une définition. Et qu'on ne tienne pas les conditions psychologiques et corporelles de la conscience d'une proposition pour une preuve, qu'on ne confonde pas la conscience d'une proposition avec sa vérité. On ne doit jamais oublier qu'une proposition ne cesse pas plus d'être vraie quand je n'y pense pas, que le soleil n'est anéanti que je ferme les yeux. Sinon on se verra obligé de faire entrer en compte la teneur en phosphore du cerveau dans la preuve du théorème de Pythagore ; sinon, l'astronome aura scrupule à raisonner sur des époques depuis longtemps révolues, de peur qu'on ne lui objecte : « Tu comptes 2.2 = 4 mais la représentation des nombres a subi une évolution, elle a une histoire. On peut douter qu'elle eût déjà en ces temps reculés atteints ce point de développement. D'où tiens-tu que cette proposition existait déjà dans ce passé lointain ? Ne se pourrait-il pas que les êtres vivants d'alors aient cru que 2.2=5 ? Cette proposition, par la sélection naturelle résultant de la lutte pour l'existence, aurait évolué en 2.2=4, laquelle est peut-être destinée à progresser dans la même voie jusqu'à 2.2=3. »

Frege, *Les fondements de l'arithmétique,* tr. fr Claude Imbert, Editions du Seuil, pp. 118-119.

Les propositions de l'arithmétique sont-elles a priori ou a posteriori, synthétiques ou analytiques ? … Les distinctions de l'a priori et de l'a posteriori, de l'analytique et du synthétique, ne concernent pas à mon avis[1] le contenu du jugement, mais la légitimité de l'acte de juger. Là où elle fait défaut, la possibilité de ces distinctions s'évanouit également. Il n'y a pas plus d'erreur a priori qu'il n'y a de concept bleu. Quand on qualifie une proposition d'a posteriori ou d'analytique, au sens où je l'entends, il ne s'agit pas des conditions psychiques, physiologiques et physiques qui ont permis de constituer le contenu de la proposition dans la conscience, ni de savoir par quel chemin on en vint, peut-être à tort, à la tenir pour vraie, mais des raisons dernières qui justifient notre assentiment.

La question est ainsi arrachée à la psychologie pour être reversée aux mathématiques – quand il s'agit d'une preuve mathématique. Son objet est de trouver la preuve, et de la poursuivre régressivement, jusqu'aux vérités premières. Si l'on ne rencontre sur ce chemin que des lois logiques générales et des définitions, on a une vérité analytique – étant entendu qu'on inclut dans c compte les propositions qui assurent le bon usage d'une définition. En revanche, s'il n'est pas possible de

[1] Il est bien clair que je ne cherche pas à modifier le sens de ses expressions ; je vise précisément ce que d'autres auteurs, Kant en particulier, ont voulu dire par là.

produire une preuve sans utiliser des propositions qui ne sont pas de logique générale, mais concernent un domaine particulier, la proposition est synthétique. Pour qu'une vérité soit a posteriori il faut que la preuve ne puisse aboutir sans faire aboutir à des propositions de fait, c'est-à-dire à des vérités indémontrables et sans généralité, à des énoncés portant sur des objets déterminés. SI au contraire l'on tire la preuve de lois générales elles-mêmes ne se prêtent pas à une preuve ni n'en requièrent, la vérité est a priori[2].

Ibid. pp. 127-128

Kant a visiblement sous-estimé la valeur des jugements analytiques – c'est la conséquence de la manière bien trop étroite dont il en détermine le concept – bien qu'il semble avoir eu quelque idée de la conception plus large des jugements analytiques qui fut ici la nôtre. SI on part de sa définition, la division en jugements analytiques et synthétiques n'est pas exhaustive. Kant pense aux jugements universels affirmatifs. Dans ce cas, on peut bien parler d'un concept sujet et demander si le concept prédicat y est inclus – conformément à la définition de Kant. Mais qu'en est-il si le sujet du jugement est un objet particulier ? Qu'en est-il s'il s'agit d'un jugement d'existence ? On ne peut alors, en ce sens, parler d'un concept sujet. Kant semble penser qu'un concept est déterminé par une simple conjonction de caractères, or c'est la manière la moins féconde de construire des concepts. Si on examine les définitions que nous avons données plus haut, on en trouvera difficilement une qui procède ainsi. La même remarque vaut pour les définitions mathématiques effectivement fécondes, par exemple celle de la continuité d'une fonction. Nous n'y verrons pas une suite de caractères coordonnées mais une combinaison plus intime, je voudrais dire plus organique des déterminations. … [L]es déterminations de concepts fécondes tracent des limites qui n'étaient pas encore données. On ne peut pas savoir d'avance ce qu'on en pourra déduire ; on ne se contente plus de retirer de la boîte ce qu'on y avait placé. De telles déductions accroissent notre connaissance et il faudrait, si on veut être fidèle à Kant, les tenir pour synthétiques. On peut cependant les démontrer d'une manière purement logique : elles sont donc analytiques. Elles sont bien, en fait, contenues dans les définitions, mais elles le sont comme une plante l'est dans la graine, non pas comme une poutre l'est dans la maison. Souvent, plusieurs définitions sont nécessaires à la démonstration d'une proposition ; elle n'est donc contenue dans aucune d'entre elles prises séparément, bien qu'elle découle de leur conjonction par le seul fait de la logique pure.

Ibid. p. 212

[2] SI l'on reconnaît l'existence de vérités générales, on doit aussi admettre de telles lois primitives ; car rien ne suit de simples propositions de fait particulières, si ce n'est en conséquence d'une loi. L'induction elle-même repose sur la loi générale que ce procédé peut fonder la vérité ou la vraisemblance d'une loi. SI on le nie, l'induction n'est rien de plus qu'un phénomène psychologique, une manière qu'ont les hommes de croire en la vérité d'une proposition sans que cette croyance soit en quelque manière légitimée.