

Contrôle continu de logique L1 - Semestre 1

15 Novembre 2011

Tous les documents sont autorisés.

Feuille imprimée *recto&verso*.

1 Équivalences logiques (5 pts)

1.1

Parmi les formules suivantes numérotées de 1 à 6, certaines sont-elles logiquement équivalentes ? Justifiez vos réponses.

1. $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
2. $\neg p \vee (\neg q \vee r)$
3. $(p \rightarrow q) \rightarrow r$

4. $\neg p \vee \neg(q \wedge \neg r)$
5. $\neg(p \wedge \neg q) \rightarrow r$
6. $(\neg p \vee \neg q) \vee r$

1.2

En utilisant le signe ϕ comme une méta-variable (pouvant tenir lieu de n'importe quelle formule bien formée), le signe $\top$ pour la tautologie, le signe $\perp$ pour la contradiction et le signe $\equiv$ pour l'équivalence logique, répondez aux questions suivantes :

1. $(\phi \uparrow \perp) \equiv _ _ ?$
2. $(\phi \vee \perp) \equiv _ _ ?$

3. $(\perp \rightarrow \phi) \equiv _ _ ?$
4. $(\phi \text{ w } \top) \equiv _ _ ?$

1.3

Si l'on stipule que ϕ est une tautologie, que ψ est une tautologie, que θ est une contradiction et que ρ est une formule neutre, les schémas suivants sont-ils des schémas de tautologies, de contradictions ou de formules neutres ? Justifiez vos réponses.

1. $\theta \wedge (\phi \rightarrow \psi)$
2. $\theta \rightarrow (\neg \phi \vee \neg \psi)$

3. $\phi \vee (\theta \rightarrow \psi)$
4. $(\theta \rightarrow \psi) \rightarrow (\rho \rightarrow \theta)$

2 Traduction et validité (5 pts)

Traduisez le raisonnement suivant¹ dans le langage du calcul propositionnel et évaluez-le (faites-en la table de vérité). S'agit-il d'un raisonnement valide? Devez-vous *accepter* que la mort n'est pas un mal absolu?

Si la mort est un mal absolu, alors elle est terrible pour tous les hommes. Socrate *ne craint pas* la mort. Mais si Socrate ne craint pas la mort, c'est qu'elle n'est pas terrible pour tous les hommes. La mort n'est donc pas un mal absolu.

3 Table de vérité (3 pts)

Faire la table de vérité de la formule suivante; que pouvez-vous en conclure?

$$[p \rightarrow (\neg q \vee r)] \rightarrow [(p \vee q) \vee (p \vee r) \vee (\neg r \wedge \neg q)]$$

4 Simplifications des formules (2 pts)

Étant données les propriétés d'idempotence, de double-négation et les équivalences entre connecteurs, écrivez les formules suivantes de la façon la plus économique :

1. $\neg(\neg p \vee q) \wedge \neg(\neg p \vee q)$ (avec 4 symboles)
2. $\neg(\neg(\neg p \wedge \neg q)) \vee (\neg p \wedge \neg q)$ (avec 3 symboles)
3. $(\neg p \vee \neg q) \wedge \neg(p \wedge q)$ (avec 3 symboles)
4. $\neg(p \vee \neg q) \vee \neg(\neg(p \vee \neg q))$ (avec 4 symboles)

5 Lois logiques (3 pts)

Donnez une instance de la loi de contraposition (schéma (9) dans le document « Principales lois logiques ») dans le langage de la logique propositionnelle *et* dans le langage naturel (avec les propositions de votre choix). Faites la même chose avec le *Modus Tollens* (schéma (21) dans le document).

6 Vérifonctionnalité (2 pts)

Expliquez brièvement pourquoi les connecteurs de la logique des propositions peuvent être dits *vérifonctionnels*.

1. Ce raisonnement est vaguement inspiré de Montaigne, *Essais*, livre I, Ch. 40 : *Le Bien et le Mal dépendent surtout de l'idée que nous nous en faisons*.