

# Contrôle continu de logique L1 n°1 - Semestre 2

Lundi 6 Mars 2017

Tous les documents sont autorisés.

Feuille imprimée *recto&verso*.

Toutes les réponses doivent être *justifiées* et *détaillées*.

## 1 Traduction et évaluation (3 pts)

Vous traduirez le raisonnement suivant vers le langage *Pred* et vous l'évaluerez avec la méthode des arbres. S'agit-il d'un raisonnement valide ?

*S'il y a quelqu'un qui est admiré par tout le monde, c'est donc que tout le monde admire au moins une personne.*

### 1.1 Question « bonus » (2 pts)

La réciproque d'un tel raisonnement est-elle valide ? Pourquoi ?

*Si tout le monde admire au moins une personne, c'est donc qu'il y a quelqu'un qui est admiré par tout le monde.*

## 2 Méthode des arbres

### 2.1 Ensembles consistants ? (4 pts)

Déterminer si chacun des ensembles suivants de formules est consistant. Si un ensemble est consistant, donner alors un modèle dans lequel chaque formule de cet ensemble est *vraie* (et le prouver en passant par le langage *Prop*).

1.  $\{\forall x(Gx \rightarrow \neg Fx), \forall x(Hx \rightarrow Gx), \neg \forall x(Hx \rightarrow \neg Fx)\}$
2.  $\{\forall x(\neg Tx \rightarrow Hx), \exists x(\neg Hx), \exists x \neg(Tx \rightarrow \neg Hx)\}$

## 2.2 Vérités logiques ? (6 pts)

Déterminer si chacune des formules suivantes est une vérité logique. Si une formule n'est *pas* une vérité logique, donner alors un *modèle* (spécification d'un domaine et interprétation des lettres de prédicat) dans laquelle cette formule est *fausse* (et le prouver en passant par le langage *Prop*).

1.  $[\forall x(Mx \rightarrow Px) \wedge \exists x(Sx \wedge Mx)] \rightarrow \exists x(Sx \wedge Px)$
2.  $\forall y[Hy \wedge Py] \rightarrow [\forall xHx \wedge \forall zPz]$
3.  $\forall x(Nx \rightarrow Bx) \rightarrow \forall x(Nx \wedge Bx)$

## 2.3 Contradictions logiques ? (2 pts)

Déterminer si chacune des formules suivantes est une contradiction logique. Si une formule n'est *pas* une contradiction logique, donner alors un *modèle* (spécification d'un domaine et interprétation des lettres de prédicat) dans laquelle cette formule est *vraie* (et le prouver en passant par le langage *Prop*).

1.  $\neg[\neg\forall xTx \leftrightarrow \exists x\neg Tx]$
2.  $[\forall x(Bx \wedge Cx) \wedge \exists xBx] \wedge \neg\exists xCx$

## 3 Fonctions propositionnelles (2 pts)

Qu'est-ce qu'une fonction propositionnelle ?

## 4 Traductions (3 pts)

Vous traduirez les énoncés suivants vers le langage *Pred* :

1. Si Socrate est sage, alors tous les sophistes le détestent.
2. Toutes les villes qui se trouvent au sud de Nantes sont des villes qui sont plus ensoleillées que Nantes.
3. Ou bien Socrate a enseigné la philosophie à Aristote, ou bien Socrate a enseigné la philosophie à quelqu'un qui a enseigné la philosophie à Aristote.

### 4.1 Question « bonus » (1 pt)

4. Je suis surpris s'il y a au plus deux candidats.